mwp-436

xtmlogit - 固定/変量効果多項ロジットモデル　【 評価版 】

`xtmlogit` は順序性を持たないアウトカムを表すカテゴリカルな従属変数に対し、変量効果、及び条件付き固定効果多項ロジットモデルをフィットさせます。

1. 機能概説

`xtmlogit` は変量効果、及び条件付き固定効果多項ロジット (MNL: multinomial logit) モデルをフィットさせます。なお、以下において固定効果モデルと言う場合には条件付き固定効果モデルのことを意味します。

条件付き固定効果推定法にしろ変量効果推定法にしろ、それらはパネルレベルにおける観測不能な不均一性 (heterogeneity) が存在する状態で正当な推定値をもたらします。固定効果推定法については Chamberlain (1980) と Pforr (2014) を、変量効果推定法については Hartzel, Agresti, and Caffo (2001) を参照ください。またこれら推定法の応用事例についてはそれぞれ Börsch-Supan (1990), Grilli and Rampichini (2007) を参照ください。

MNL モデルは順序性を持たないカテゴリカルなアウトカム変数をモデル化する上で用いられるポピュラーな手法です。MNL モデルは個人によって行われる種々の選択を分析するために、しばしばランダムなユティリティフレームワークという文脈のもとで利用されます。しかしそのようなユティリティ理論をベースとしない形でも利用されることがあり、また分析の対象も個人であるとは限りません。しかし以下においては簡単のために個人を分析の対象とし、また個人が行う選択肢の集合を“パネル”と呼ぶことにします。

パネルデータや縦断的 (longitudinal) データというコンテクストのもとでは、それぞれの個人ごとに一連のアウトカムを観測することになります。通常の横断的 (cross-sectional) データの場合にはそれぞれの個人ごとに 1 つの観測データが対応する形を取るわけで、この編成の違いには注意を払う必要があります。各個人のシーケンスは個人の特性に依存する一種のプロセスととらえることができます。

例えばレストランの選択について分析するとしましょう。菜食主義者であればベジタリアン料理を出すレストランを常に選択するでしょうし、健康志向の人であればファストフードレストランを常に避けようとするでしょう。言い換えるなら個人の嗜好や性質 — 多くの場合、観測不能 — が作用することによって、その選択は時間的に独立とは言えなくなります。以下に記す固定効果/変量効果 MNL 推定法ではパネルレベルの誤差項を追加することによって、この観測不能の不均一性 (unobserved heterogeneity) を考慮に入れた形での推論を可能にします。このパネルレベルの誤差項は heterogeneity term としても知られており、観測データレベルでの不均一性を表す誤差項とは別にモデル中に加わってきます。

観測不能の不均一性モデルは条件付き固定効果推定法に対するものであるにせよ、変量効果推定法に対するものであるにせよ、次のようなユティリティ最大化という形式で記述することができます。

$$U_{ijt} = \mathbf{x}_{it}\boldsymbol{\beta}_j + u_{ij} + \epsilon_{ijt}$$

個人ごとに何回か繰り返し観測を行う形のパネルデータセットが与えられたとしたとき、U_{ijt} は時点 t におけるアウトカム j に向けた i 番目の個人のユティリティを表すものとします ($i = 1, \dots, N; j = 1, \dots, J; t = 1, \dots, T_i$)。ユティリティのうち、観測された成分は $\mathbf{x}_{it}\boldsymbol{\beta}_j$ と表現されます。ただし $\mathbf{x}_{it}$ は共変量を表す行ベクトル、$\boldsymbol{\beta}_j$ はアウトカム j に対する係数値からなる列ベクトルとします。一方、観測されなかった部分は誤差成分 u_{ij} と ϵ_{ijt} とから構成されます。u_{ij} はパネルレベルの不均一性に対応する項であり、ϵ_{ijt} は観測データレベルの誤差項です。

ϵ_{ijt} についてタイプ 1 極値分布 (extreme value distribution) — 標準 Gumbel 分布としても知られる — を仮定することによって、次の MNL モデルが導かれます。

$$\Pr(y_{it} = m \,|\, \mathbf{x}_{it}, \boldsymbol{\beta}_j, u_{ij}) = \frac{\exp(\mathbf{x}_{it}\boldsymbol{\beta}_m + u_{im})}{\sum_{j=1}^{J} \exp(\mathbf{x}_{it}\boldsymbol{\beta}_j + u_{ij})}$$

モデル識別のためには、この方程式を 1 つのベースカテゴリについて正規化する — アウトカム変数の 1 つのカテゴリに対して $\boldsymbol{\beta}_j$ の要素と u_{ij} を共に 0 に設定する — 必要があります。今、アウトカム 1 をベースカテゴリとすると — これによって一般性が損なわれるわけではありません — i 番目の個人が時点 t においてアウトカム m を選択する確率は

$$\Pr(y_{it} = m \,|\, \mathbf{x}_{it}, \boldsymbol{\beta}_j, u_{ij}) = F(y_{it} = m, \mathbf{x}_{it}\boldsymbol{\beta}_j + u_{ij}) = \begin{cases} \dfrac{1}{1 + \sum_{j=2}^{J} \exp(\mathbf{x}_{it}\boldsymbol{\beta}_j + u_{ij})} & \text{if } m = 1 \\ \dfrac{\exp(\mathbf{x}_{it}\boldsymbol{\beta}_m + u_{im})}{1 + \sum_{j=2}^{J} \exp(\mathbf{x}_{it}\boldsymbol{\beta}_j + u_{ij})} & \text{if } m > 1 \end{cases}$$

のように表現されることになります。ただし $F(\cdot)$ は累積ロジスティック分布関数を意味します。

固定効果推定法と変量効果推定法の違いは観測不能な $\mathbf{u}_i$ についてどのような仮定を置くかという点にあります。それに伴って $\boldsymbol{\beta}_j$ 中の係数値の推定に際しての観測不能項の扱いについても差が出てきます。

1.1 変量効果推定法

評価版では割愛しています。

1.2 条件付き固定効果推定法

評価版では割愛しています。

1.3 次元の呪い

評価版では割愛しています。

2. 用例

▷ Example 1: **変量効果** MNL **モデル**

評価版では割愛しています。

▷ Example 2: **変量効果の共分散構造**

評価版では割愛しています。

▷ Example 3: **固定効果** MNL **モデル**

評価版では割愛しています。

▷ Example 4: `rsample()` **オプション**

評価版では割愛しています。

▷ Example 5: **モデルの選択**

固定効果推定法を使うか、変量効果推定法を使うかを前もって決めておくことは常に容易であるとは限りません。変量効果推定法の前提条件が満たされる場合には、どちらを使おうが推定結果は consistent なものとなります。しかし効率の面では変量効果推定法の方が優れているため、そちらを使用することが合理的です。これに対し変量効果推定法の前提条件が満たされない場合、その推定結果は inconsistent な（一致性のない）ものとなるため、固定効果推定法の使用が必要になります。以上を勘案すると、いつでも固定効果推定法を使用すれば良いではないかと思えるかも知れません。しかし変量効果推定法には効率以外にも 2 つの利点があります。

1 つは時間的に変動しない変数の影響を評価したいときに、固定効果推定法では対応できないという点です。もう 1 つはパネルレベルの観測不能要因を考慮に入れた形で確率の予測が行えるという点です。この予測確率は `margins` を利用した母集団平均に基づく解釈の基盤となるものです。

どちらの推定法を用いるべきかについて Hausman 検定を実行してみるのも一法です。`xtmlogit` というコンテクストで言うなら、帰無仮説 H_0 と対立仮説 H_a はそれぞれ次のようになります。

- H_0 : パネルレベルの観測不能要因はモデル中の共変量と無相関である
- H_a : パネルレベルの観測不能要因はモデル中の共変量と相関を有する

固定効果推定法は H_0, H_a いずれの場合にも consistent です。一方、変量効果推定法は H_a のもとでは inconsistent ですが、H_0 のもとでは efficient です。Hausman 検定を行うには最初に双方のモデルをフィットさせ、結果を保存した状態で `hausman` コマンド（`[R]` **hausman** (*mwp-244*) 参照）を実行します。

```
. xtmlogit estatus i.hhchild age hhincome i.hhsigno i.bwinner, fe
( output omitted )
. estimates store FE
. xtmlogit estatus i.hhchild age hhincome i.hhsigno i.bwinner
( output omitted )
. estimates store RE
```

- Statistics ▷ Postestimation ▷ Specification, diagnostic, and goodness-of-fit analysis ▷ Hausman specification test ▷ Launch と操作
- `hausman` ダイアログ: Main タブ: Consistent estimation: `FE` Efficient est: `RE`
  Equations to use to perform test: Use all equations

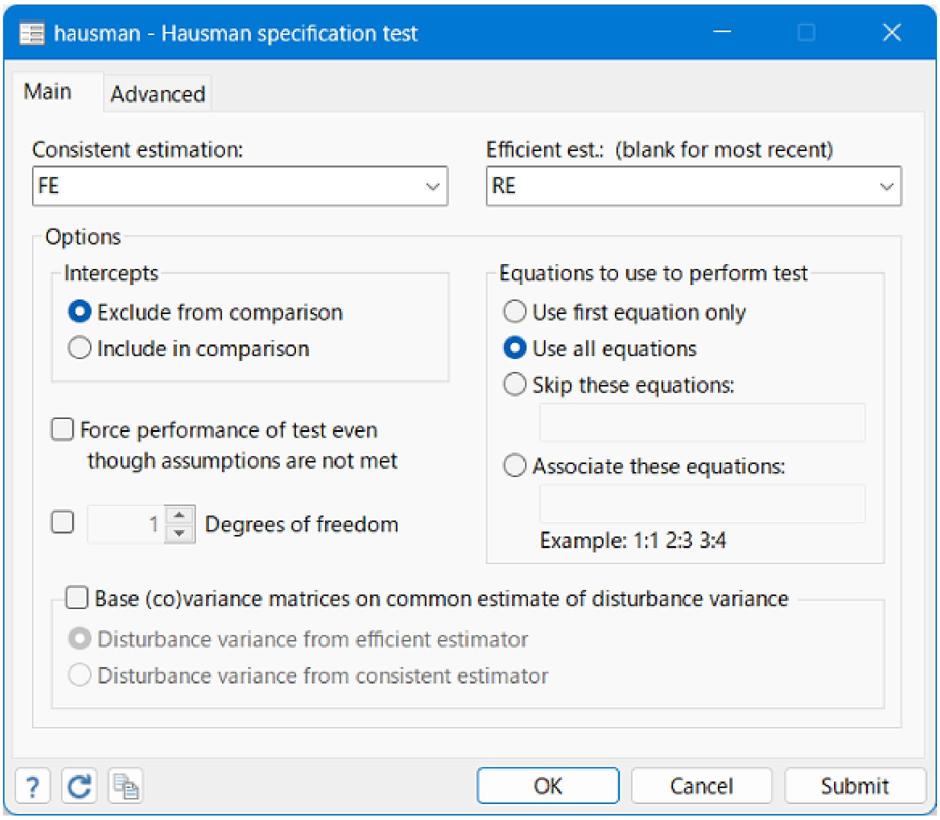

図 5 `hausman` ダイアログ - Main タブ

```
. hausman FE RE, alleqs

                 ---- Coefficients ----
             |      (b)          (B)            (b-B)     sqrt(diag(V_b-V_B))
             |       FE           RE         Difference       Std. err.
-------------+----------------------------------------------------------------
Out_of_lab~e |
   1.hhchild |    .5881852     .4628125        .1253727        .0810809
         age |   -.0003842     -.004825        .0044408        .0131965
    hhincome |   -.0122043    -.0046922       -.0075122        .0086532
   1.hhsigno |    .5090034     .4967056        .0122977        .0326296
   1.bwinner |   -.4655745    -.4740919        .0085173        .0287868
-------------+----------------------------------------------------------------
Unemployed   |
   1.hhchild |     .163612    -.0401989         .203811        .1120618
         age |    .0063355     .0042644        .0020711        .0175947
    hhincome |    -.029742    -.0308468        .0011048        .0117062
   1.hhsigno |    .1173192        .0968        .0205192        .0520686
   1.bwinner |   -.2489958    -.2252587       -.0237371        .0393297
------------------------------------------------------------------------------
                       b = Consistent under H0 and Ha; obtained from xtmlogit.
        B = Inconsistent under Ha, efficient under H0; obtained from xtmlogit.

Test of H0: Difference in coefficients not systematic

   chi2(10) = (b-B)'[(V_b-V_B)^(-1)](b-B)
            =   8.05
Prob > chi2 = 0.6238
```

検定の結果は $\chi^2 = 8.05$（ただし $\mathrm{df} = 10$）であり p 値は 0.62 であることから、H_0 は棄却できないことがわかります。このことは変量効果推定法で進めて良いことを示すものです。 ◁

■